Electromagnétisme

September 17, 2019

Electro**m**agnétisme

- $\vec{E}$ champ électrique: généré par qui ? par quoi ?
- $\vec{B}$ champ magnétique: généré par qui ? par quoi ?

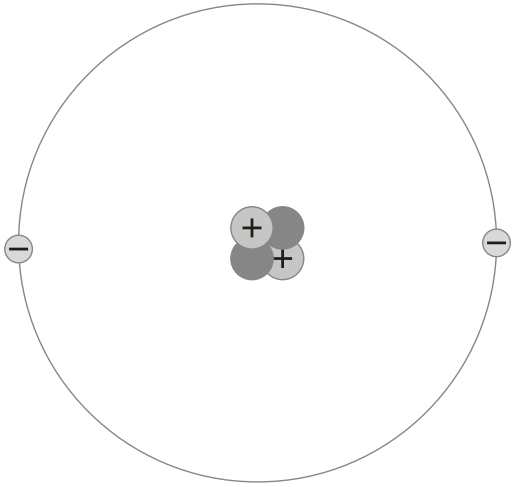
Interrogation basique !

- Quelle relation entre une charge et un courant ?
- Quelle relation entre une masse et un débit massique ?
- Quelle relation entre un volume et un débit volumique ?

C'est quoi un champ ?

- champ scalaire : $T(\vec{x}, t)$
- champ vectoriel: $\vec{V}(\vec{x}, t)$

L'atome: la matière ordinaire est composée d'atomes



- Les électrons gravitent autour du noyau (comme les planètes)
- L'atome dans son ensemble est neutre
- Existence d'une force d'attraction entre charges opposées (modèle simpliste)

Loi et définitions

- un proton porte une charge électrique que l'on appelle positive
- un électron porte une charge électrique différente, que l'on appelle négative
- les neutrons ne sont électriquement pas chargés du tout
- qui a quelle masse ? qui a quelle charge ?

Les ingrédients de base

Particle	Relative Mass	Relative Charge	Charge / C	Mass / kg
Protons	1	+ 1	$+ 1.6 \times 10^{-19}$	1.67×10^{-27}
Neutrons	1	neutral	0	1.67×10^{-27}
Electrons	0.0005	- 1	$- 1.6 \times 10^{-19}$	9.11×10^{-31}

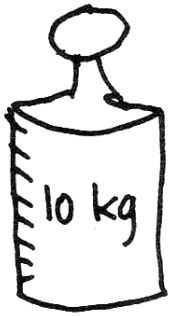
Loi de conservation de la charge

- Dans un système électriquement isolé, la charge électrique totale est constante.
- Comment créer une charge ?

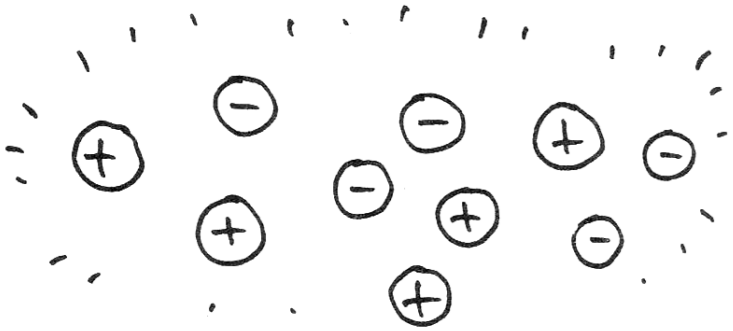
IT IS EASY TO PRODUCE A LITTLE CHARGE — JUST RUN A RUBBER COMB THROUGH YOUR HAIR, OR RUB A RUBBER ROD WITH ANIMAL FUR.
HOLD STILL!

Concept de la charge

WE NOW TURN FROM MECHANICS TO ELECTRICITY AND MAGNETISM. IN MECHANICS WE USED THE BASIC PROPERTY OF MATTER CALLED **MASS**. IN ELECTRICITY, THE BASIC CONCEPT IS **CHARGE**.

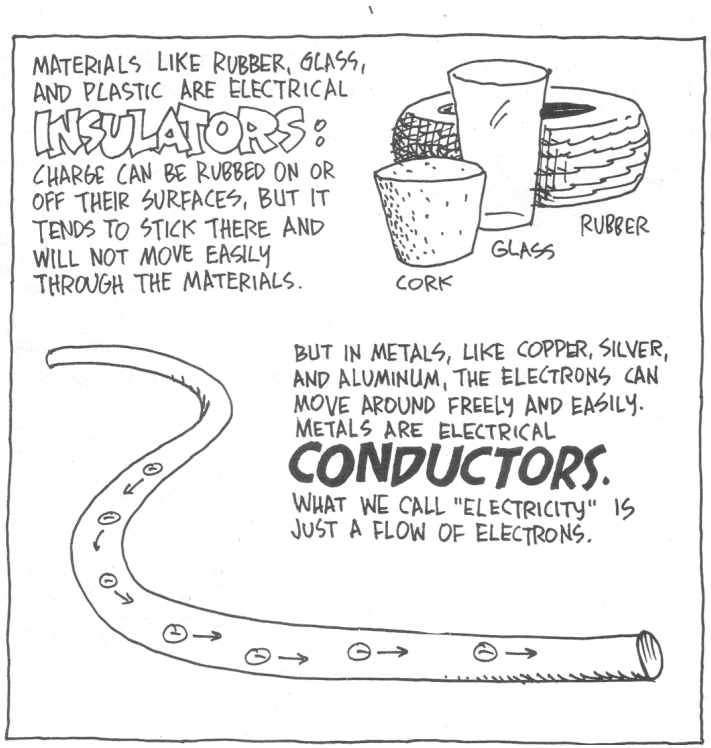


MECHANICAL CONCEPT



ELECTRICAL CONCEPT

Conducteur et isolant électrique



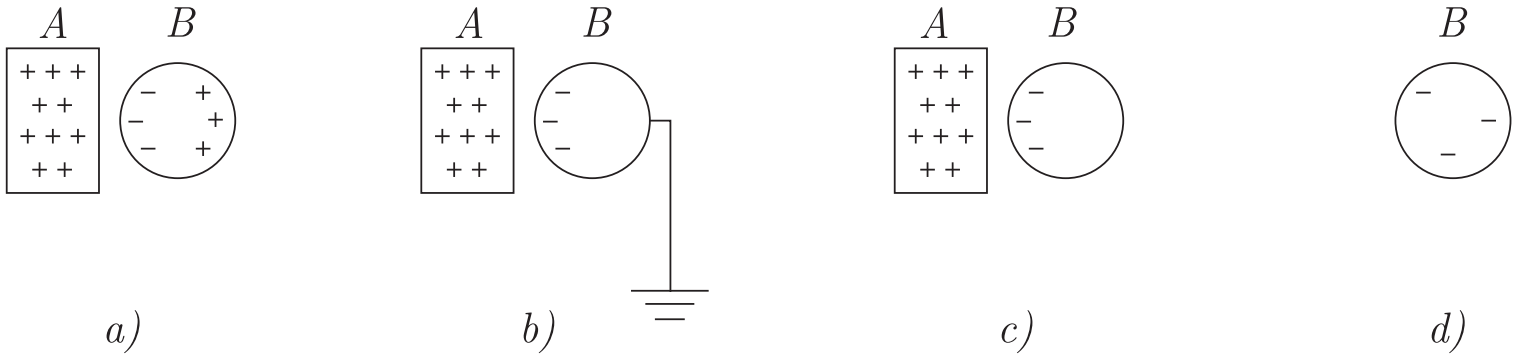
- Possibilité de se déplacer !
- Electrostatique
- Electrodynamique

Comment mesurer une charge ?

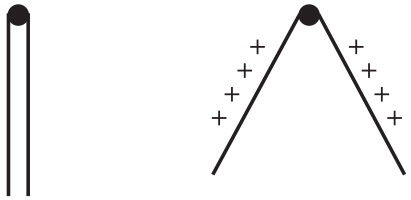
- par l'effet qu'elle produit !
- Coeur de sureau (der Holunder)

Influence électrostatique / Elektrostatische Influenz

Processus de charge d'un conducteur initialement non chargé / Ladungsvorgang eines elektrisch neutralen Leiters

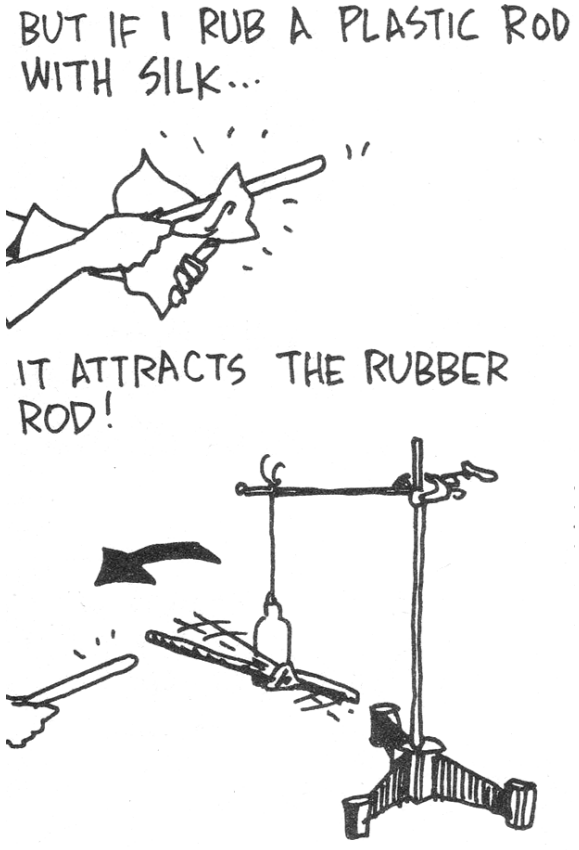


L'électroscope/Das Elektroskop



- deux charges de même signe se repoussent
  zwei Ladungen mit gleichen Vorzeichen stossen sich ab
- deux charges de signes contraires s'attirent
  zwei Ladungen mit unterschiedlichen Vorzeichen ziehen sich an

L'électroscope/Das Elektroskop



Unité de la charge électrique (le Coulomb)

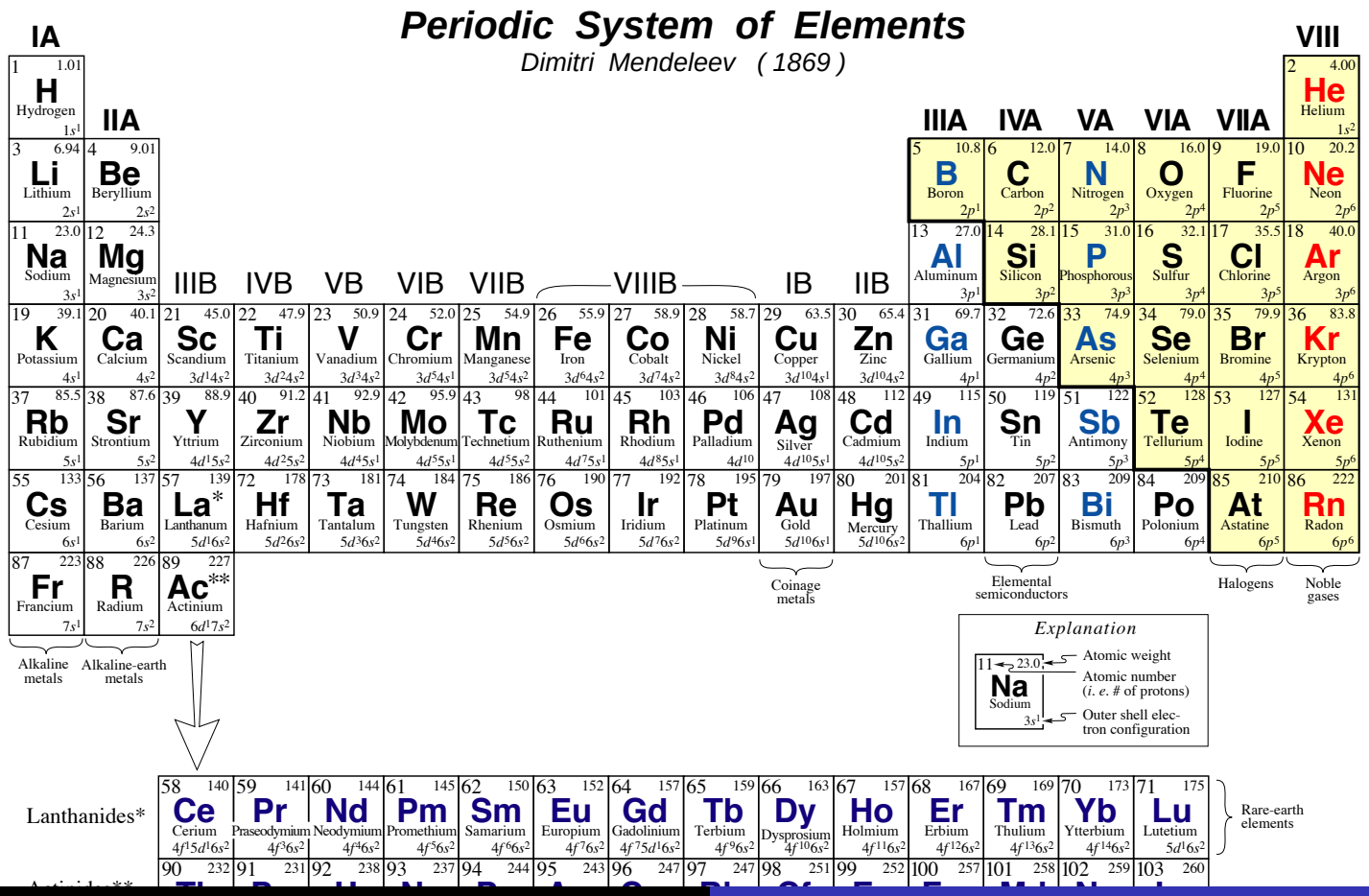
Charge d'un proton et charge d'un électron

$$q_{proton} = +1.60217653 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

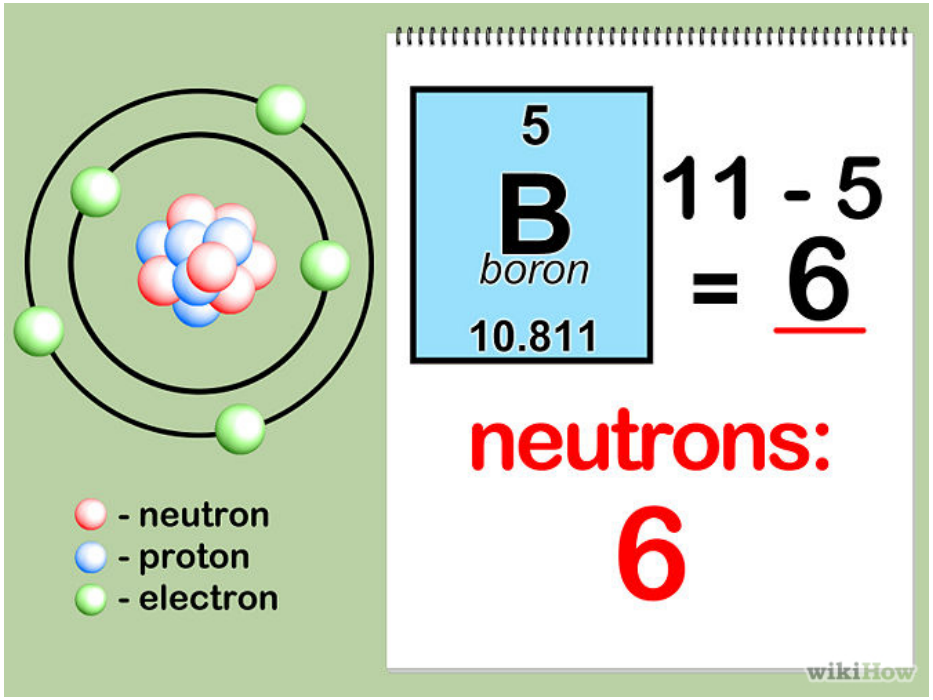
$$q_{electron} = -1.60217653 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

- M K S A !
- 1 C = 1 A s

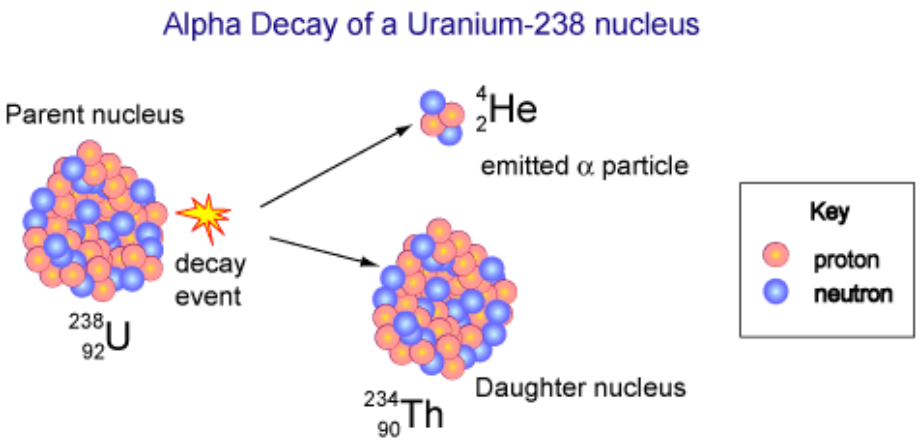
la plus grande découverte du 19ème siècle



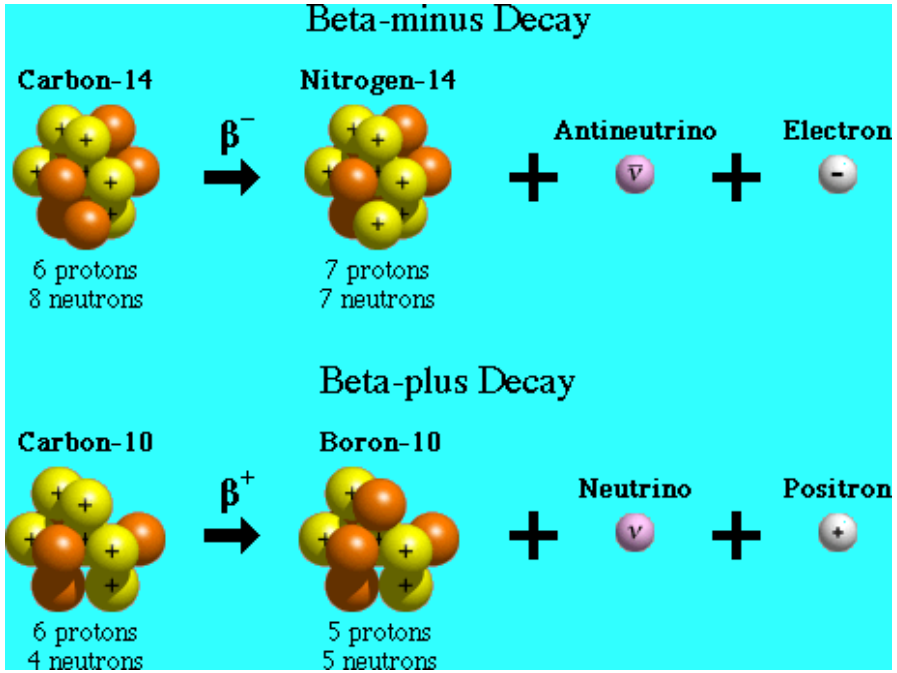
Nombre d'électrons, protons, neutron



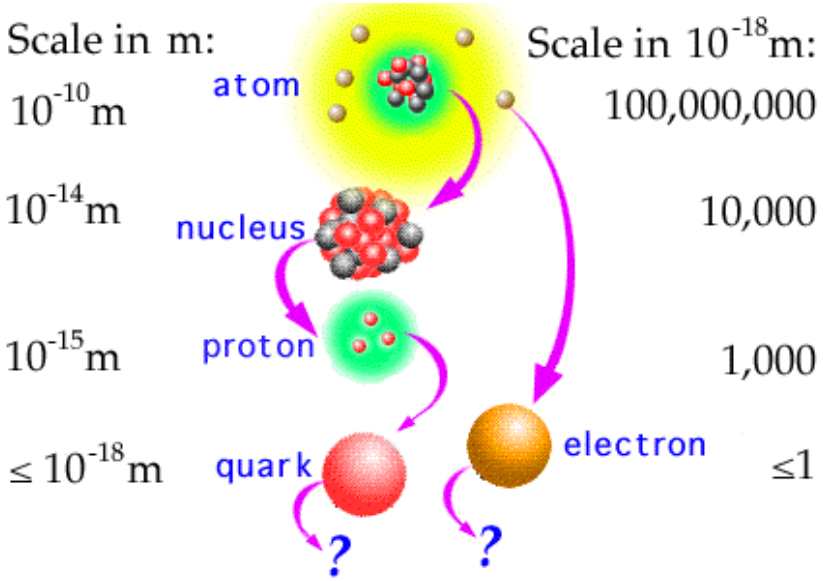
Alpha decay


Alpha Decay of a Uranium-238 nucleus
Parent nucleus
$^{238}_{92}U$
decay
event
$^{4}_{2}He$
emitted α particle
$^{234}_{90}Th$
Daughter nucleus
Key
proton
neutron

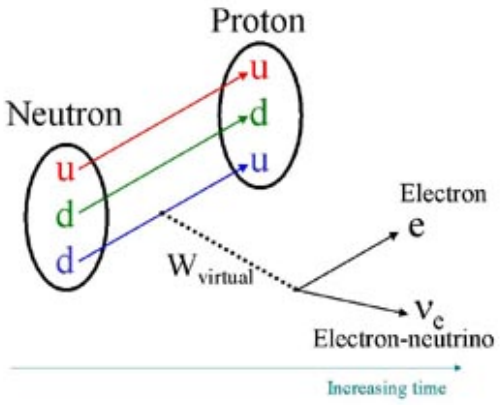
Beta decay


Beta-minus Decay
Carbon-14
Nitrogen-14
β⁻
Antineutrino
Electron
6 protons
8 neutrons
7 protons
7 neutrons
Beta-plus Decay
Carbon-10
Boron-10
β⁺
Neutrino
Positron
6 protons
4 neutrons
5 protons
5 neutrons

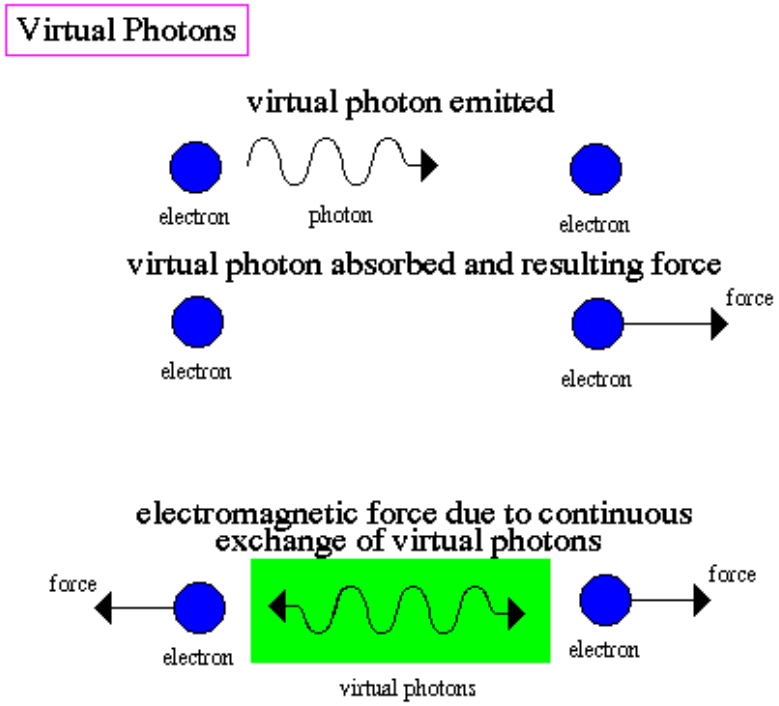
Qu'y a-t-il dans un proton ? dans un neutron



"Beta decay" vu de l'intérieur



Comment expliquer la force entre deux charges



Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00197: Lecture du tableau périodique. Définition du Coulomb.

Force entre deux charges électriques ponctuelles / Kraft zwischen zwei Punktladungen

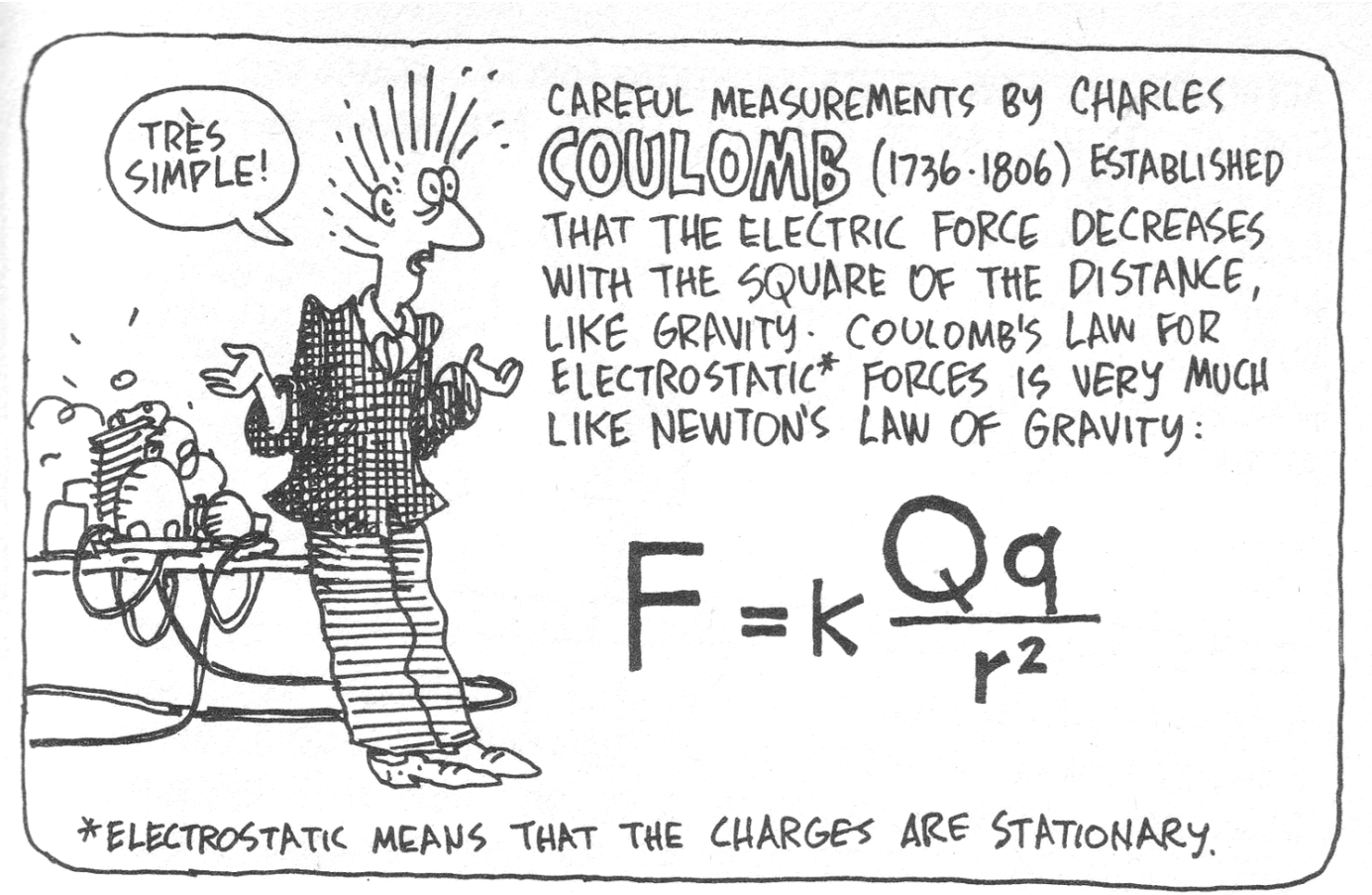
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\ m}^2}$$

Similitude entre force de gravitation et force de Coulomb

$$\frac{F_{el}}{F_{grav}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G}\frac{q_p q_e}{M_p M_e} \approx 2.3 \cdot 10^{39}$$

Comment expliquer la force entre deux charges



Est-ce que cette force est grande ?

Quelle est la force exercée par deux charges ponctuelles de 1 C distantes de 1000 mètres

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\ m}^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1 \cdot 1}{1000^2} \approx 10^4 N$$

et si la charge n'est pas ponctuelle ?

On doit réfléchir !
Idée...
1) Décomposer... (retrouver un cas connu)
2) ...puis recomposer (additionner=intégrer) (ça sent l'intégrale !)

Exemple

Déterminer la force subie par une charge ponctuelle q placée à une distance r d'un fil rectiligne infiniment long et portant une densité de charge λ ($[\lambda] = \mathrm{C/m}$) uniforme

$$dq = dx \cdot \lambda$$

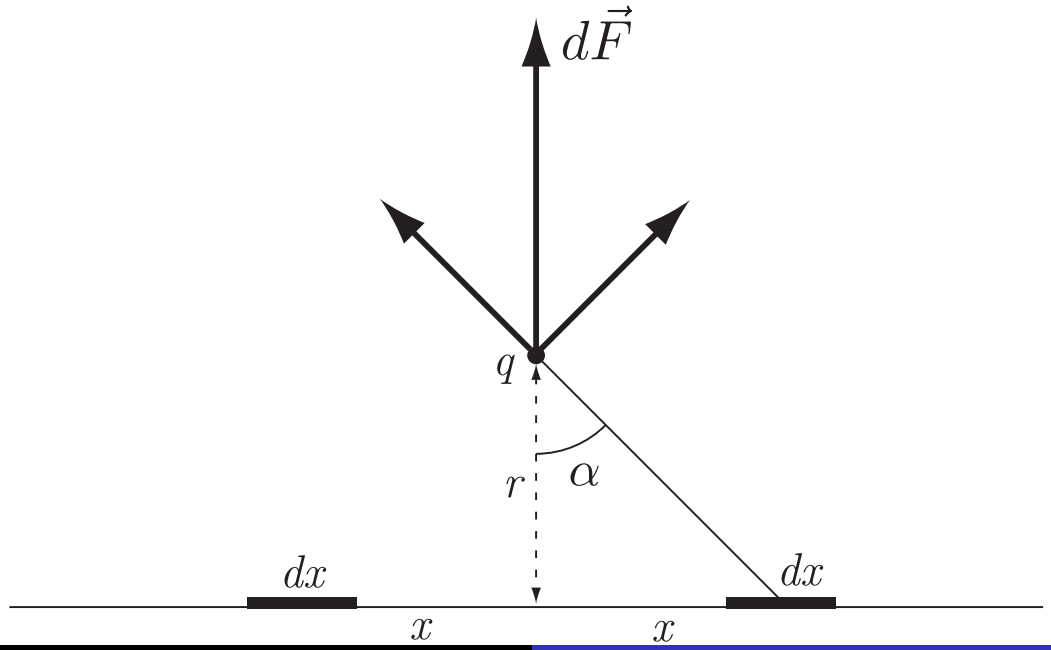
$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q(\lambda dx)}{d^2}$$

$$d = \sqrt{x^2 + r^2}$$

Ce qui donne sur le dessin

$$\cos\alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$dF = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} q\lambda r \frac{dx}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$



Puis intégrer

$$F = \sum_{0}^{\infty} dF = \int_{0}^{\infty} dF = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} q\lambda r \frac{dx}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

...Merci les matheux...

$$\int_{0}^{\infty} \frac{dx}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{1}{r^2}$$

...Interprétation...

$$F = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q\lambda}{r}$$

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00195:
- #00196:

Travailler de manière analogue à la mécanique

- Champ vectoriel pour champ vectoriel !

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_{grav}}{m}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

- q est la charge test comme m était la masse test

Exemple 1

Déterminer la grandeur du champ électrique créé par une charge ponctuelle Q en un point P situé à une distance r de la charge.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Exemple 2

- Déterminer la grandeur du champ électrique créé par un fil rectiligne infiniment long, portant une densité de charge uniforme λ, en un point situé à une distance r du fil.
- Es soll die Grösse des elektrischen Feldes bestimmt werden, das von einem unendlich langen, geradlinigen Draht mit der gleichförmigen Ladungsdichte λ in einem Punkt im Abstand r vom Draht gebildet wird.

D'un exemple précédent, on a:

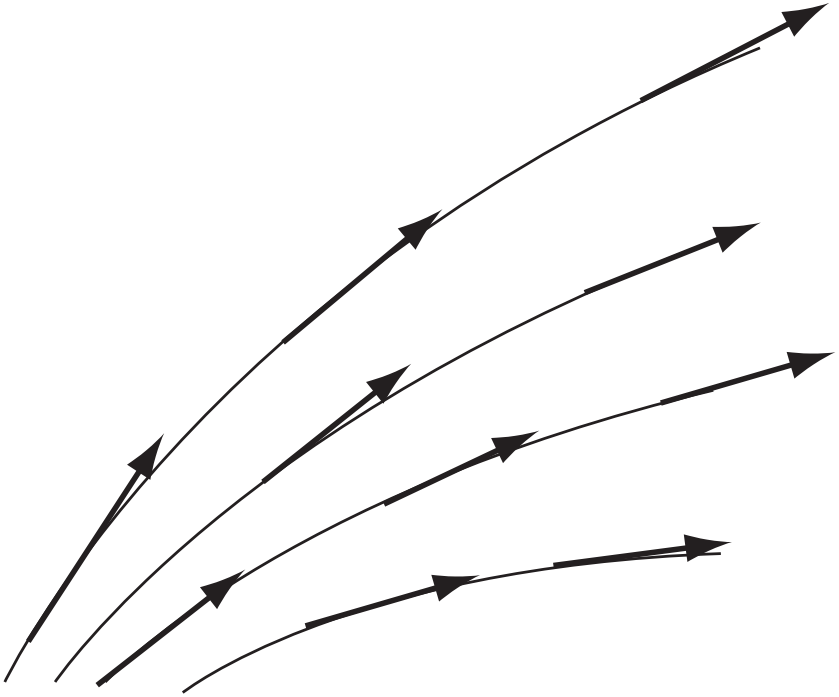
$$F(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{q\lambda}{r}$$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00196 (série 1): Coulomb
- #00198 (série 1): Coulomb

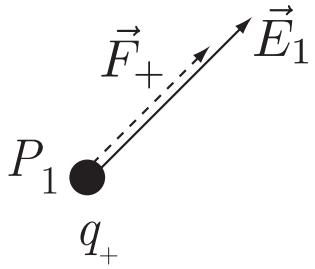
Lignes de champ électrique / Das elektrische Feldlinienbild

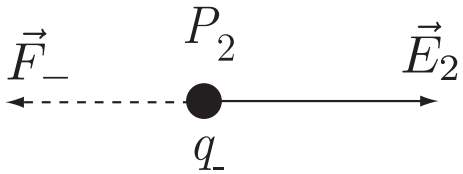


Analogie avec les vitesses d'une particule dans l'écoulement d'un fluide !

Exemple de ligne de champ électrique

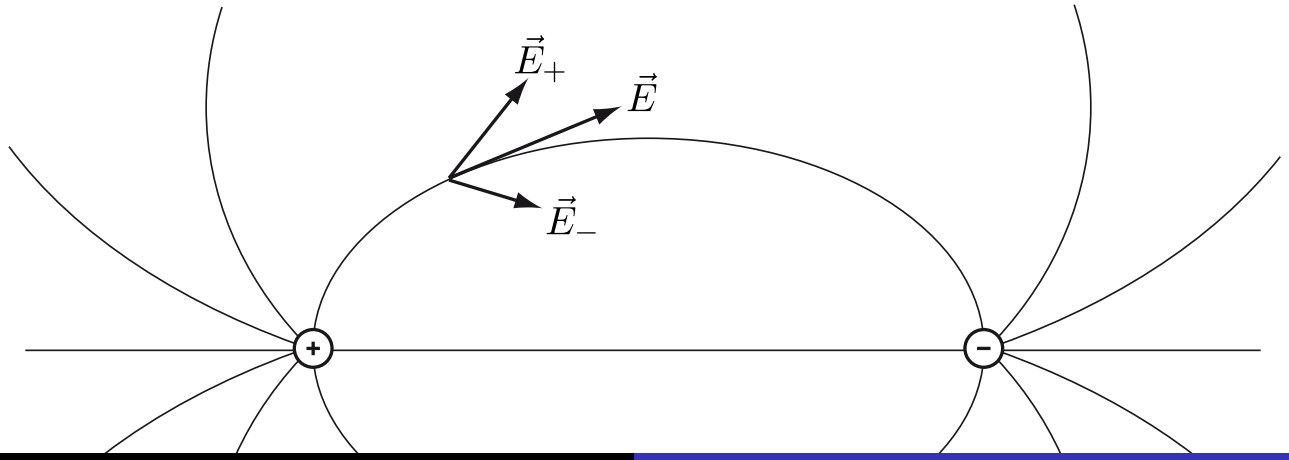
- Déterminer qualitativement les lignes de champ produites par une charge ponctuelle Q.
- Es sollen qualitativ die Feldlinien bestimmt werden, die durch die Punktladung Q erzeugt werden.





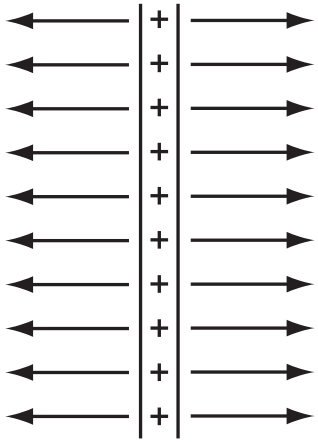
Exemple de ligne de champ électrique avec 2 charges

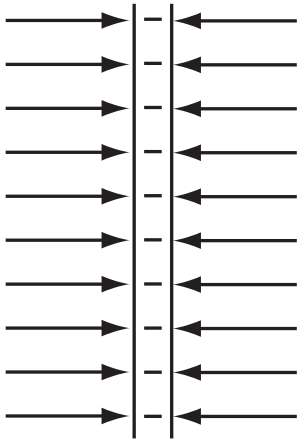
- Déterminer les lignes de champ produites par un ensemble de deux charges ponctuelles de même grandeur mais de signes opposés, placées à quelque distance l'une de l'autre.
- Es sollen die Feldlinien bestimmt werden, die von zwei Punktladungen gleicher Grösse aber mit entgegengesetzten Vorzeichen und die in einem bestimmten Abstand voneinander liegen, gebildet werden.



Exemple avec une autre distribution de charges

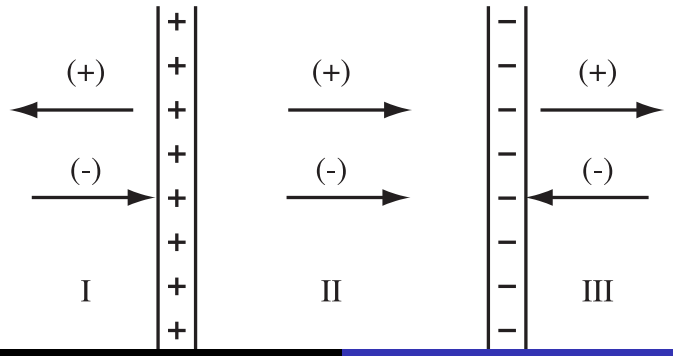
- Déterminer les lignes de champ créées par une plaque infinie portant une densité de charge positive uniforme.
- Es sollen die Feldlinien bestimmt werden, die von einer unendlichen Platte mit einer gleichförmigen, positiven Ladungsdichte gebildet werden.





Exemple avec une autre distribution de charges(principe de superposition)

- Déterminer les lignes de champ créées par un ensemble de deux plaques infinies, parallèles, portant l'une une densité de charge positive $+\sigma$, l'autre une densité de charge négative $-\sigma$.
- Es sollen die Feldlinien bestimmt werden, die von zwei unendlichen, parallelen Platten gebildet werden. Eine der beiden Platten besitzt eine positive Ladungsdichte $+\sigma$ die andere eine negative $-\sigma$.



En résumé le principe de la superposition

Question: Si on a deux charges, comment déterminer le champ électrique ?

• Si le principe de superposition est applicable, alors le problème est linéaire.

• Le champ électrique produit par deux charges peut être déterminé en additionnant les champs électriques produits par chacune des charges.

• Linéaire: une pomme un franc, deux pommes deux francs !

Analogie avec...

- charge +: idée de la source !
- charge -: idée du puit !

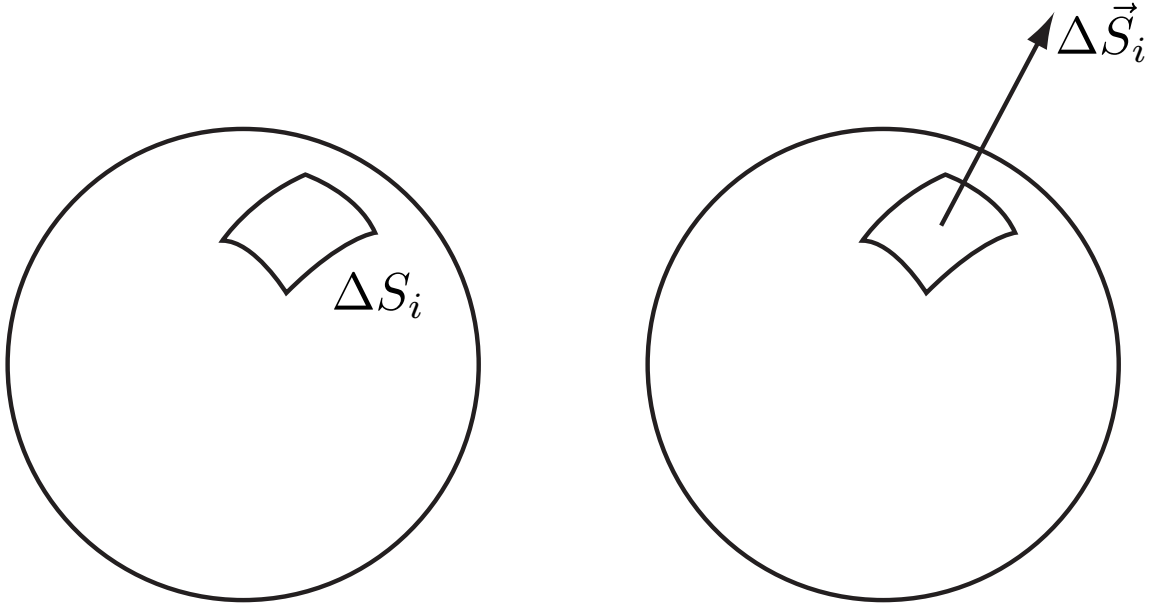
Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00199 (série 1): ligne de champ
- #00200 (série 1): ligne de champ

La loi de Gauss

- Gauss est vraiment fort ! (histoire de la somme)
- La loi de Gauss, elle sert à quoi ?
  Pour déterminer la grandeur du champ électrique créé en un point de l'espace par un système de charges.
- Est-ce compliqué à comprendre ? non:
  1) simplifier (principe de superposition)
  2) il faut repérer les symétries !
- Flux et charge

Flux d'un champ vectoriel !



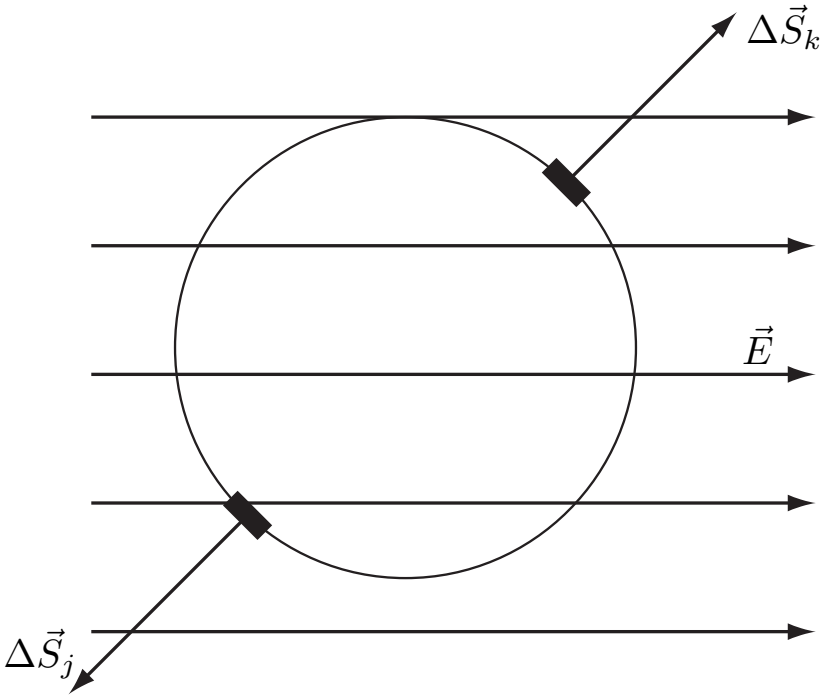
$$\Delta \Psi_i = \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{S}_i$$

Flux du champ électrique à travers une surface fermée

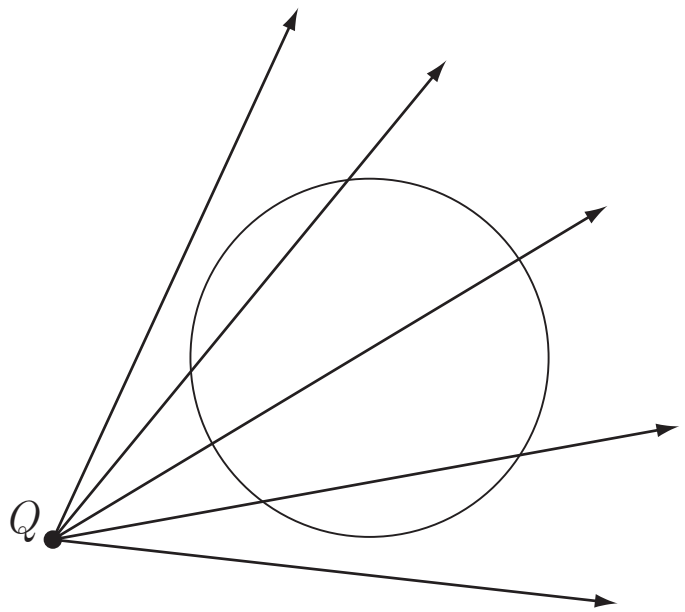
$$\Psi_0 = \sum_{[K]} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \oint \vec{E} d\vec{S}$$

Exemple 1

$$\Phi_0 = \sum \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \vec{E}\cdot(\Delta\vec{S}_1+\Delta\vec{S}_2+\Delta\vec{S}_3+...) = \vec{E}\cdot\sum \Delta\vec{S}_i = \vec{E}\cdot\vec{0} = 0$$



Exemple 2



C'est aussi le cas pour un "patatoïde" ou pour un "bananoïde" quelconque.

Enoncé de la loi de Gauss

loi de Gauss: Le flux du champ électrique à travers une surface fermée est proportionnel à la somme algébrique des charges électriques situées à l'intérieur de cette surface

$$\Psi_0 \sim Q_{enf}$$

Analogie avec la source d'eau !

Et si il y a deux charges (Q_1 et Q_2) !

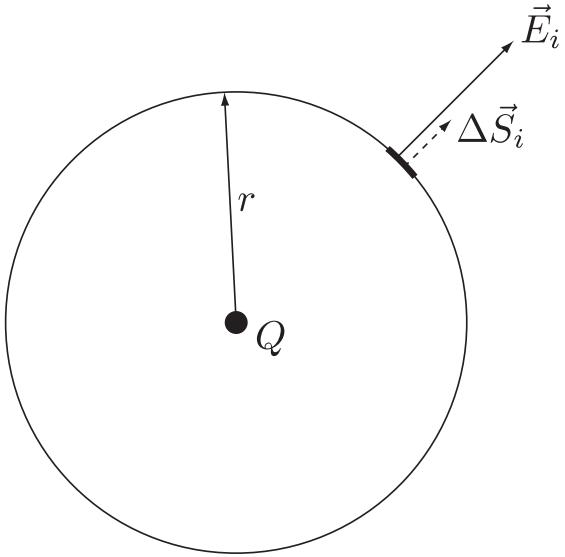
$$\Delta\Psi_i = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \left(\vec{E}_{1i} + \vec{E}_{2i}\right) \cdot \Delta\vec{S}_i = \Delta\Psi_{i1} + \Delta\Psi_{i2}$$

$$\Psi = \sum \Delta\Psi_i = \sum_i \Delta\Psi_{i1} + \sum_i \Delta\Psi_{i2} = \Psi_1 + \Psi_2$$

Et si on doit vraiment calculer !

- Il faut commencer simplement (1 charge)
- Utiliser la symétrie du problème

Charge ponctuelle Q placée au centre d'une sphère de rayon r



$$\Psi_0 = \sum \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \sum E_i \cdot \Delta S_i = E \sum \Delta S_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

La loi de Gauss

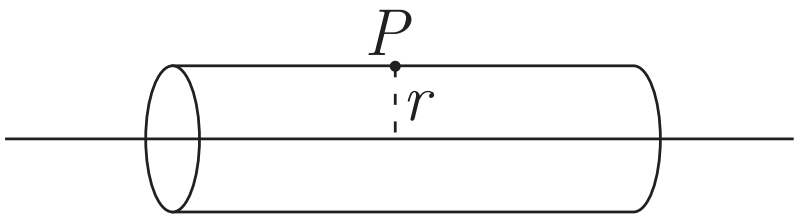
$$\epsilon_0 \Psi_0 = Q_{enf}$$

Exemple avec une autre symétrie(cylindrique)

Appliquer la loi de Gauss pour déterminer la grandeur du champ électrique créé en un point P placé à une distance r d'un fil rectiligne infiniment long portant une densité de charge constante λ par unité de longueur.
Pour déterminer la grandeur du champ électrique en P, il faut :

- choisir une surface fermée passant par P,
- déterminer le flux à travers cette surface,
- déterminer la charge enfermée dans cette surface,
- appliquer la loi de Gauss **??**.

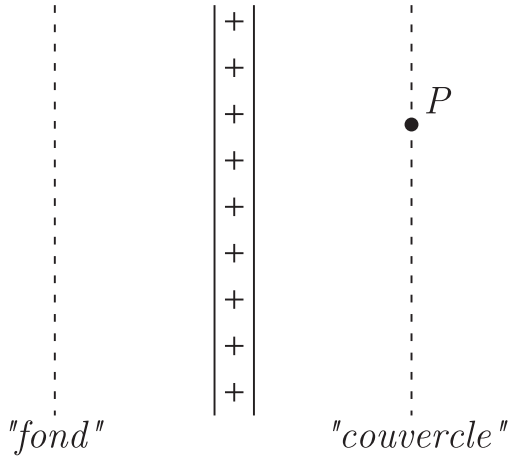
Un dessin, c'est important.



• Chercher la facilité au niveau de l'intégrale. • Réponse et calcul au tableau noir.

Exemple avec une autre symétrie

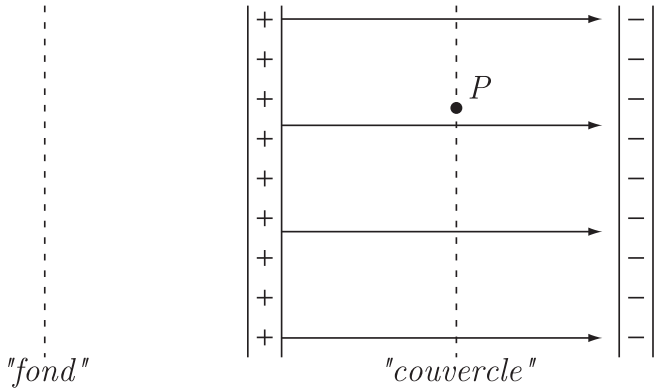
Déterminer la grandeur du champ électrique créé en un point P placé à une distance d d'une plaque infinie portant une densité de charge constante σ par unité de surface.



- Réponse et calcul au tableau noir.

Et si j'ai 2 plaques ? (superposition)

Déterminer la grandeur du champ électrique créé par un ensemble de deux plaques parallèles infinies portant des densités de charge uniformes et opposées ($+\sigma$ et $-\sigma$) en un point P situé entre les deux plaques.



Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

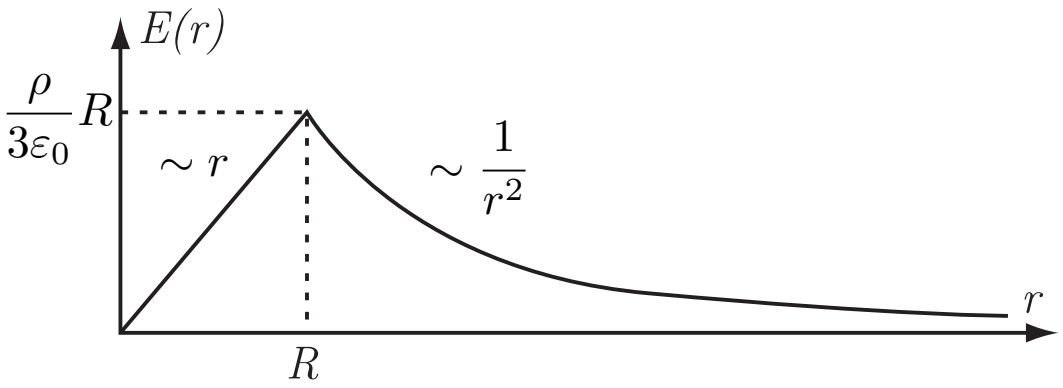
- #00202 (série 2)
- #00203 (série 2): principe de superposition
- #00204 (série 2)
- #00205 (série 2)

Une symétrie sphérique

Déterminer la grandeur du champ électrique créé en tout point de l'espace par une sphère de rayon R portant une densité de charge constante ρ par unité de volume ($[\rho] = \mathrm{C/m^3}$).

- Réponse et calcul au tableau noir.
- Deux zones distinctes:
  - A l'intérieur de la sphère
  - A l'extérieur de la sphère

Résultats et interprétation



La fonction E(r) est continue ! Et si elle ne l'était pas ? quelle conséquence ?

Travail pour déplacer une charge dans un champ $\vec{E}$

Quel est le travail pour déplacer une charge test q dans un champ électrique ?

$$A_{BC}(\gamma) = \int_B^C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Selon Coulomb :

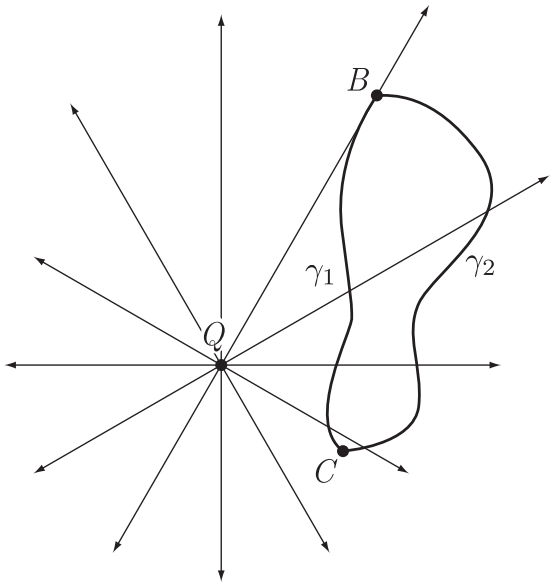
$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q$$

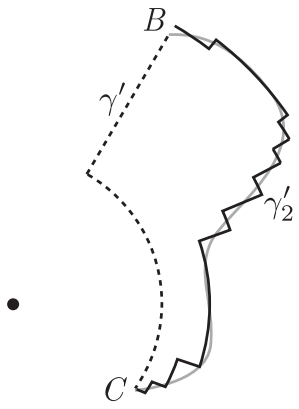
q est la charge test !

$$A_{BC}(\gamma) = q \cdot \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Travail pour déplacer une charge dans un champ $\vec{E}$

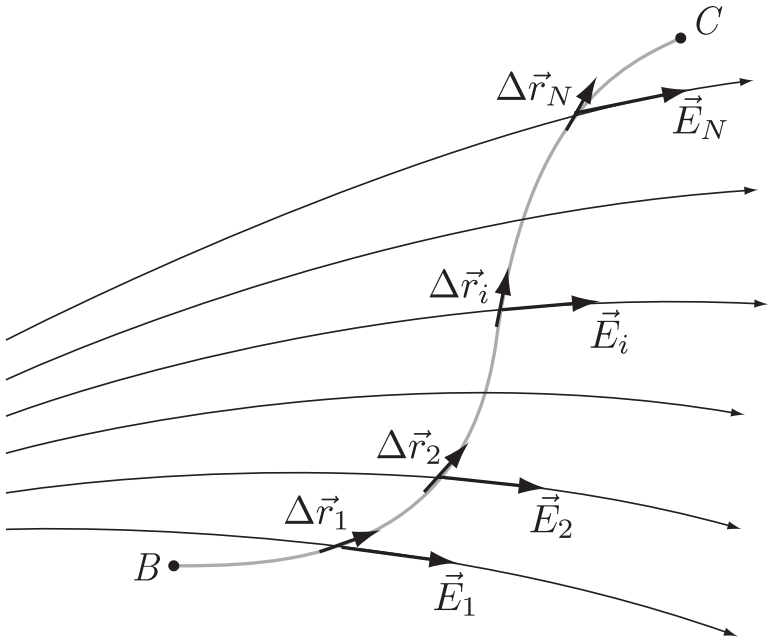
Est-ce que le travail dépend du chemin !





Tension électrique et travail dans le champ électrique

Tension entre le point A et le point B



$$U_{BC}(\gamma) = \sum_{[\gamma]} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{r}_i = \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

N.m

Exemple lorsque le champ est constant

Deux plaques parallèles très grandes, distantes de 1 cm l'une de l'autre, portent des charges opposées. La densité de charge par unité de surface est constante et vaut : $\sigma = 8.86\ 10^{-8}$ C/m^2. Déterminer la tension entre ces deux plaques.

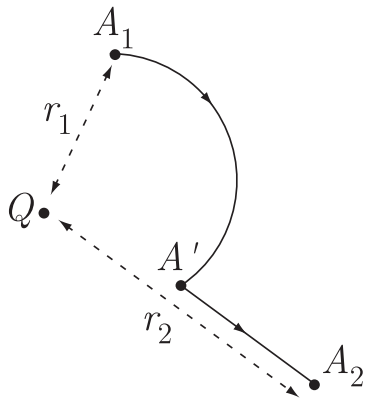
$$U = U_{AB} = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = 100 \text{ V}$$

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00209:

Exemple avec un proton (pas très réaliste)

Deux points se trouvent dans le champ électrique d'un proton, l'un à une distance de 1 cm, l'autre à une distance de 2 cm du proton. Déterminer la tension entre ces deux points.



$$U_{A'A_2} = \int_{r_1}^{r_2} E(r)dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = U_{A_1A_2}$$

$$\Rightarrow \quad U_{A_1A_2} \approx 7\ 10^{-8}\ \text{V}$$

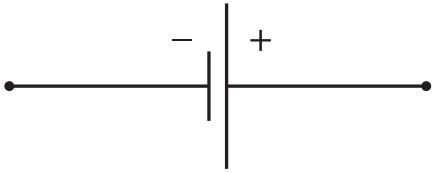
Relation avec le travail

$$A = \sum \vec{F}_i \Delta \vec{r}_i = \sum \left(q\vec{E}_i \right) \Delta \vec{r}_i = q \sum \vec{E}_i \Delta \vec{r}_i = q \cdot U$$

$$A = q \cdot U$$

Le travail effectué par le champ électrique sur une charge q lors d'un déplacement donné est le produit de la charge par la tension relative au chemin parcouru

Exemple: sur une batterie rechargeable, il est écrit : 1.2 V, 1800 mAh ! Combien d'énergie contient cette batterie ?



Exemple important

Un électron initialement immobile est accéléré par une tension de 10 kV. Déterminer la vitesse acquise par cet électron.

- **Une tension accélère une charge !**

$$A = qU = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6\ 10^{-19}\ 10^4}{0.9\ 10^{-30}}} \approx 6\ 10^7\ \mathrm{m/s}$$

Une idée pour une quantité d'énergie

l'électron-volt: la charge d'un électron multiplié par 1 volt !

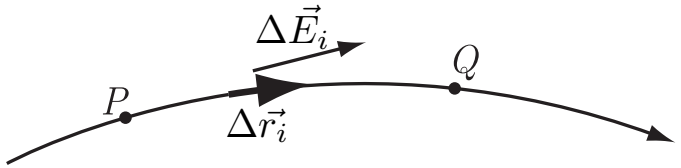
$$1 \text{ eV} = (1.6\ 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- Pour arracher un électron à un atome d'hydrogène (proton) on doit donner 13.6 eV.
  Déterminer la distance proton-électron (dans ce modèle).
- Avec une vitesse de 11 km/s (vitesse de libération) un objet est satellisé !
  Déterminer à quelle altitude, il est lancé.
- #00210:

Potentiel électrique

- le *potentiel électrique* V_P d'un point P est la tension entre ce point et un point de référence arbitraire mais fixe O
- La différence de potentiel de deux points est égale à la tension entre ces deux points
- Si l'on suit une ligne de champ, on rencontre des potentiels décroissants



$$V_P - V_Q = U_{PQ} = \sum \vec{E}_i \Delta\vec{r}_i > 0$$

Parallèle avec le champ de gravitation et l'énergie potentielle

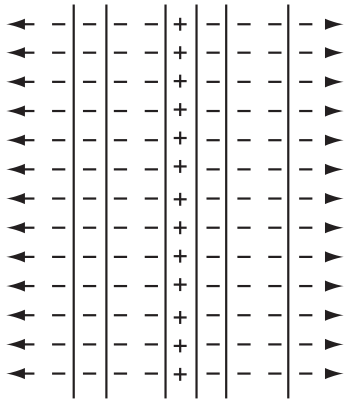
$$E_{pot}(P) = m \cdot g \cdot h_{PO}$$

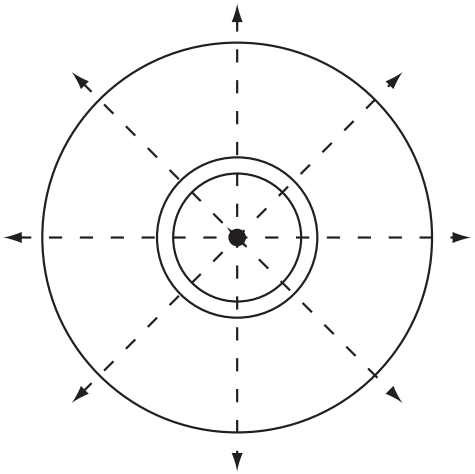
m est la masse
q est la charge

$$E_{pot}(P) = A_{PO} = q \cdot U_{PO} = qV_P$$

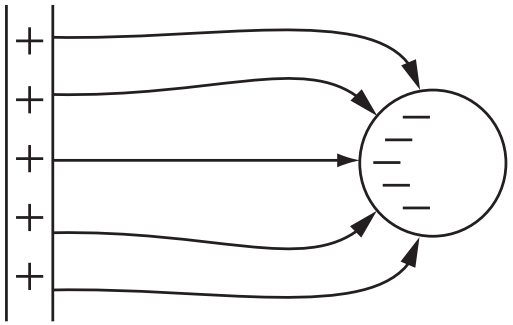
surface équipotentielle

- *surface équipotentielle* une surface dont tous les points sont au même potentiel
- Les surfaces équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de champ / Die Äquipotentialflächen sind senkrecht zu den Feldlinien

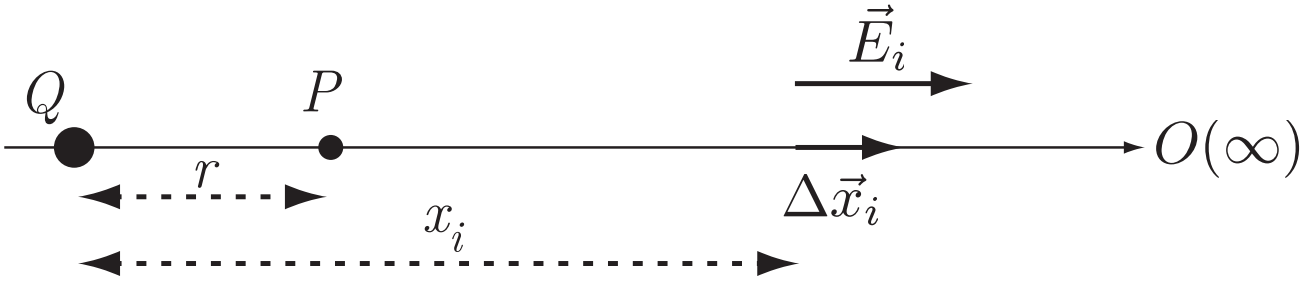




En électrostatique, la surface d'un conducteur est une surface équipotentielle



Potentiel électrique dans le champ d'une charge ponctuelle



$$V_P = U_{PO} = \sum \vec{E}_i \Delta\vec{x}_i = \sum E_i \Delta x_i = \int_r^\infty E(x)dx$$

$$V_P = U_{PO} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_r^\infty \frac{1}{x^2}dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

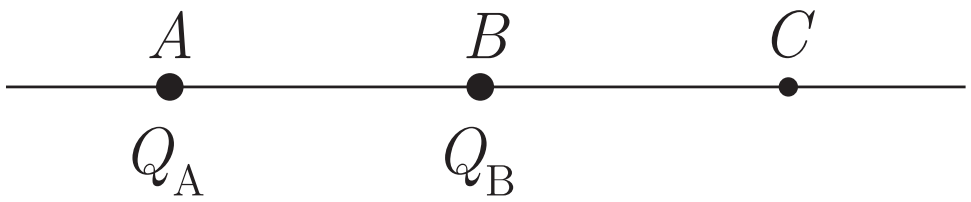
Pour une charge ponctuelle Q

Le potentiel est

$$\Rightarrow \quad V_P = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

Exemple...

Trois points A, B et C sont alignés, les distances entre A et B et entre B et C valant 10 cm. En A et en B, on fixe des charges électriques de $Q_A = -10^{-10}$ C et de $Q_B = +2\ 10^{-10}$ C. Déterminer le potentiel au point C



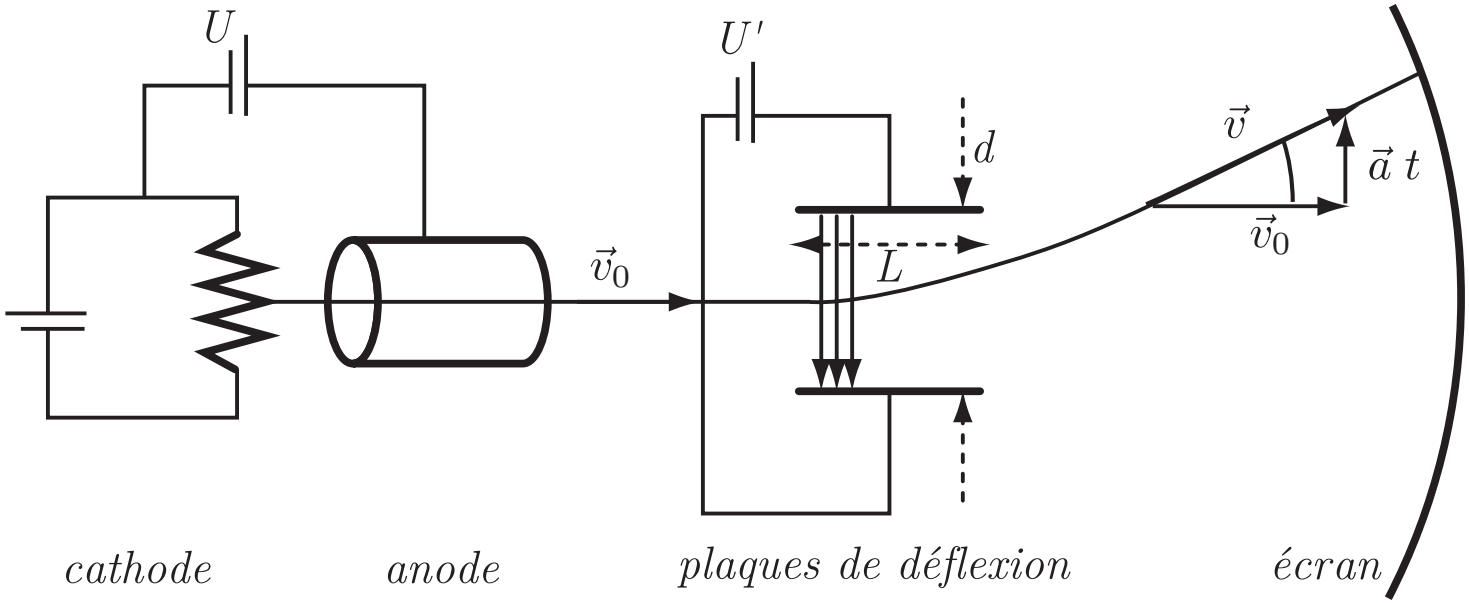
$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q_A}{2r} + \frac{Q_B}{r}\right)$$

où r est égal à 10 cm. Ceci donne : $V_C \approx 13.5$ V

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00211, #00212, #00213:

L'oscillographe cathodique



un peu de calcul...

Tension d'accélération...

$$A = (-e)(-U) = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Accélération de déviation...

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eU'}{md}$$

pendant

$$t = \frac{L}{v_0}$$

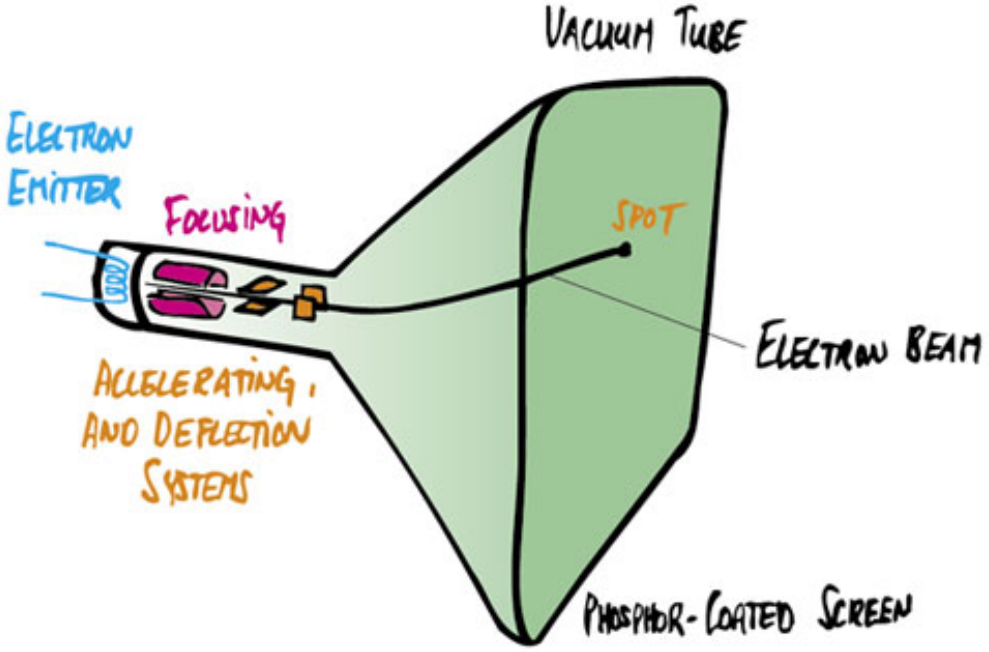
fait une déviation de ...

$$\tan\phi = \frac{at}{v_0} = \frac{eU'L}{mdv_0^2} = \frac{eL}{md}\frac{m}{2e}\frac{U'}{U}$$

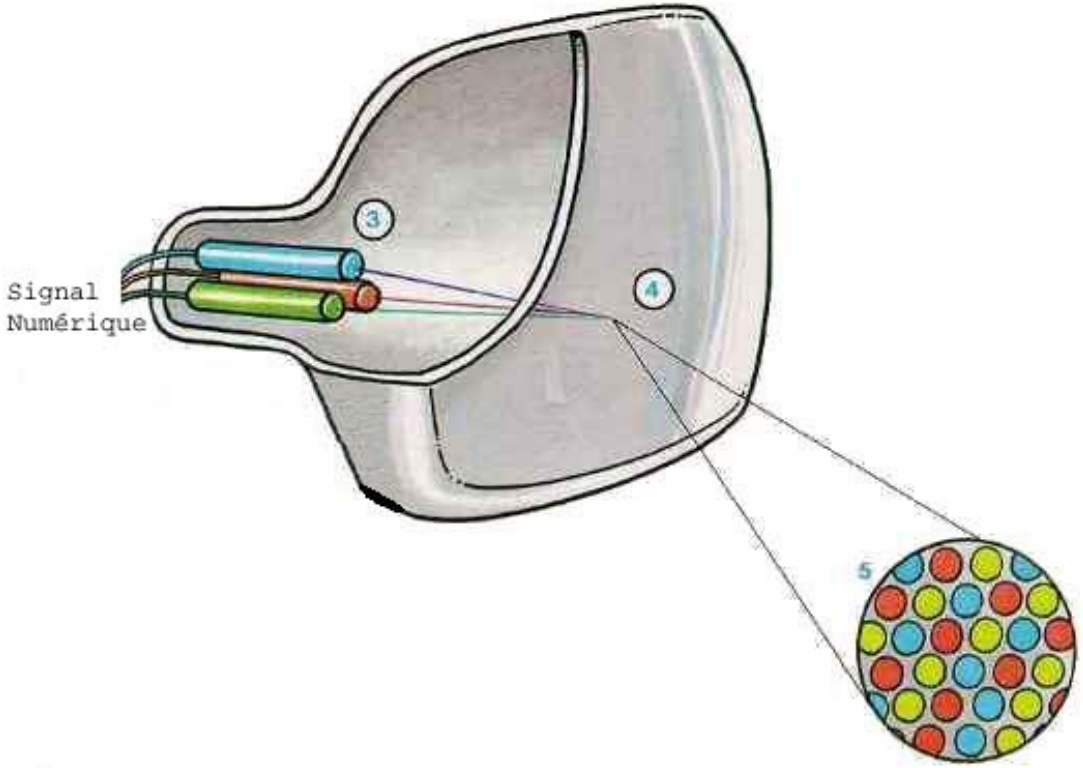
$$\rightarrow \quad \tan\phi = \frac{L}{\ }\frac{U'}{\ }$$

En résumé...

- Ainsi, si l'on connaît la tension d'accélération U ainsi que les caractéristiques géométriques de l'appareil (L et d), une mesure de l'angle de déviation ϕ donne la valeur de U'.
- On arrive à viser un point sur l'écran avec le faisceau d'électrons.
- Pour faire une image, il faut balayer !


VACUUM TUBE
ELECTRON EMITTER
FOCUSING
SPOT
ELECTRON BEAM
ACCELERATING, AND DEFLECTION SYSTEMS
PHOSPHOR-COATED SCREEN

- Pour faire la couleur...



Formule relativiste de l'énergie cinétique

Problématique:

$$A = (-e)(-U) = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

v_0 peut dépasser la vitesse de la lumière !

L'énergie et la masse

$$E = mc^2$$

et m

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

m_0 est la masse au repos du corps

• Au LEP, la masse des électrons étaient de 50 GeV (100'000 X la masse au repos !)

Comment déterminer ce facteur 100'000 ?

L'énergie et la masse

$$E = mc^2$$

- Quelle est l'énergie exprimée en eV associée à la masse d'un électron au repos

$$E[J] = mc^2 = 0.9 \cdot 10^{-30} \cdot 9 \cdot 10^{16}$$
$$E[eV] = mc^2 = \frac{0.9 \cdot 10^{-30} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1.602 \cdot 10^{-19}}$$
$$E[eV] = \frac{0.9 \cdot 9}{1.602} \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^5 eV = 500 keV$$

- Quelle était la vitesse de l'électron si sa masse était 100'000 plus grande qu'au repos ?

- la masse est un moyen efficace de stocker l'énergie !
- au début, était la lumière !
- la matière et l'antimatière !

Nouvelle définition de l'énergie cinétique

Il est donc naturel de redéfinir l'énergie cinétique d'un corps comme l'accroissement d'énergie subi par ce corps par rapport à son énergie au repos:

$$E_{cin} = (m - m_0)c^2$$

Et la relation avec $\frac{1}{2}mv^2$

$$\sqrt{1+\epsilon} \approx 1 + \frac{1}{2}\epsilon \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{1+\epsilon} \approx 1 - \epsilon$$

$$E_{cin} = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$\approx m_0 c^2 \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2} - 1 \right) \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 - 1 \right) = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

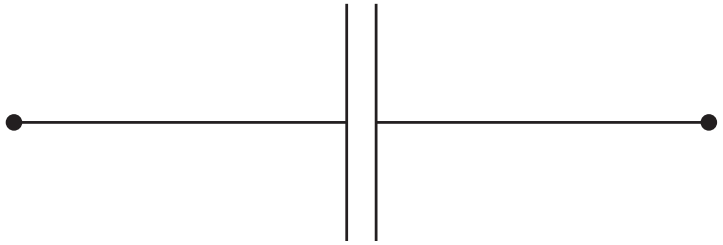
Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00214, #00215:

Condensateurs

Ils servent en particulier à :

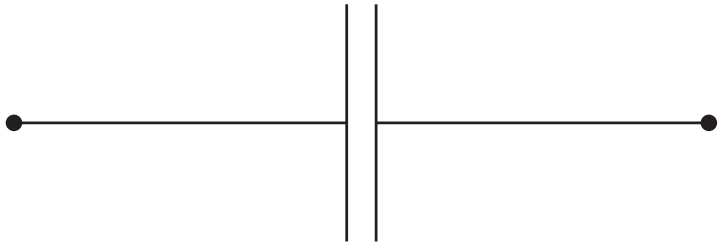
- produire des configurations données de champ électrique.
- stocker de l'énergie électrique, que l'on peut récupérer très rapidement, c'est-à-dire avec une très grande puissance.
- produire ou détecter, en conjonction avec d'autres éléments, des ondes électromagnétiques (ondes radio, par exemple).



$$Q = CU$$

Condensateur c'est fait de quoi ?

- 2 armatures
- le cas où les deux armatures portent des charges opposées



$$Q = CU$$

Principe général de calcul

$$Q \rightarrow \vec{E}$$

Cela c'est Gauss

$$\vec{E} \rightarrow U$$

C'est la définition de la tension
...donc...

C c'est la proportion

$$Q = C \cdot U$$

Une capacité se mesure en farad (F) : 1 F = 1 C/V

Applications

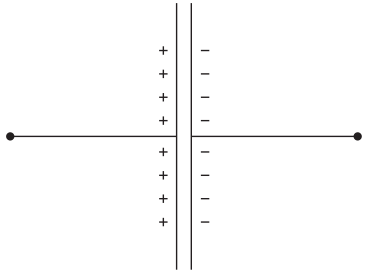
Suivant la géométrie...

- géométrie plane (carton à chaussures)
- géométrie sphérique
- géométrie cylindrique

Le condensateur plan

- géométrie plane (carton à chaussures)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$



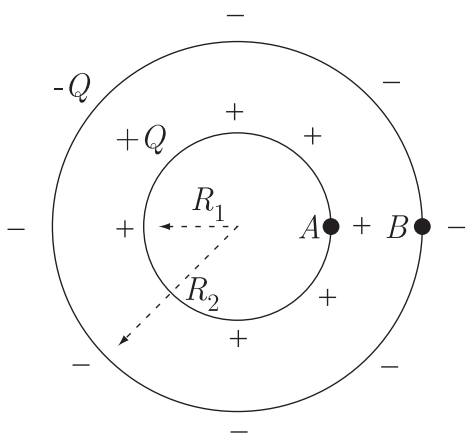
$$C = \frac{Q}{U} = Q\frac{\epsilon_0 S}{Qd} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Essayons avec une géométrie sphérique

- Faire un dessin
- Mettre une charge Q et $-Q$
- Déterminer $\vec{E}$
- Déterminer U
- Ecrire Q en fonction de U pour découvrir C

Essayons avec une géométrie sphérique



$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

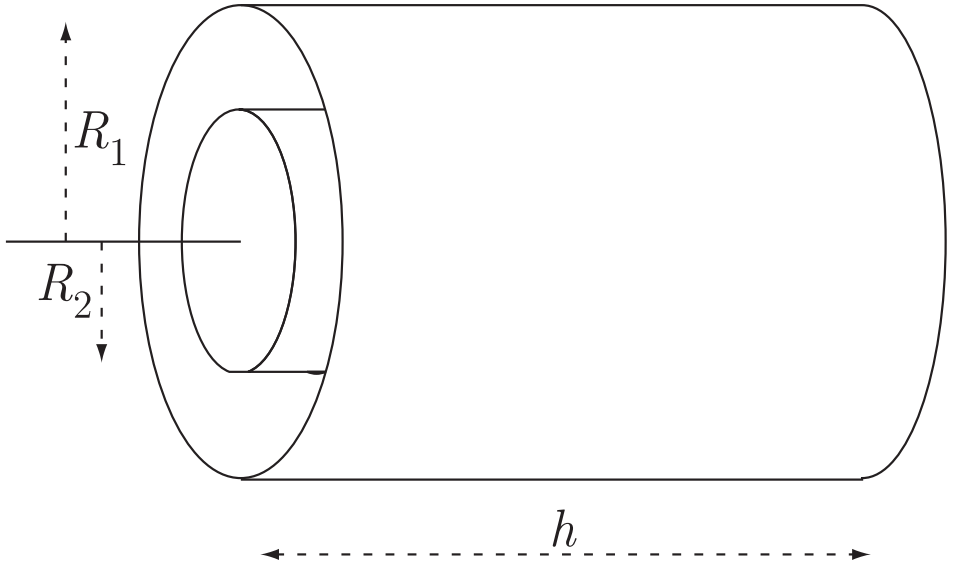
Faisons tendre ...

et si
l'une des sphères est très grande, c'est-à-dire dans le cas où $R_2/R_1 \to \infty$,
que se passe-t-il ?

$$C^{sphere} = \lim_{\frac{R_2}{R_1} \to \infty} C = 4\pi\epsilon_0 R_1$$

Condensateur cylindrique

Le même combat...



$$\epsilon_0\, 2\pi\, rh\, E(r) = Q \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{Q}{h}\frac{1}{r}$$

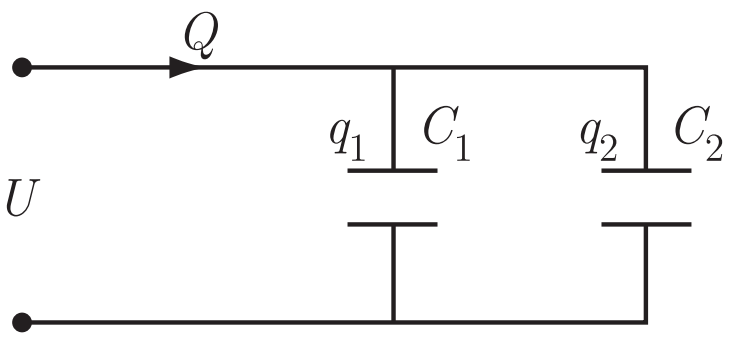
Condensateur cylindrique... Suite et fin

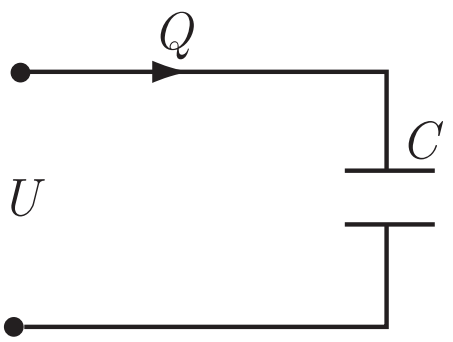
$$U = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{Q}{h}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}dr = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{Q}{h}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Ce qui fait...

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Condensateurs en parallèle



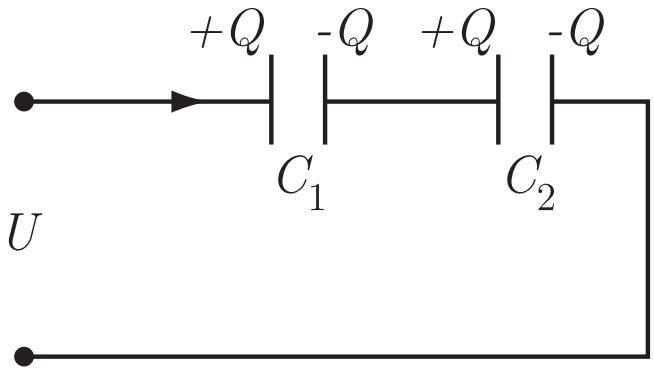


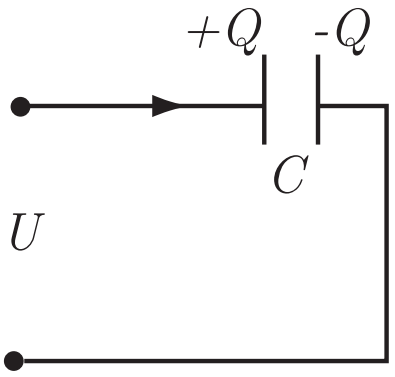
$$Q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)U$$

$$Q = CU$$

$$C = C_1 + C_2$$

Condensateurs en série





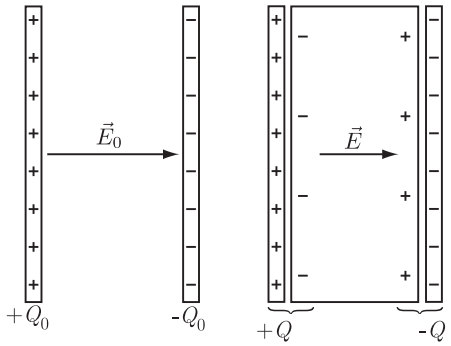
$$U = U_1 + U_2 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$U = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

C augmente avec le diélectrique

la capacité d'un condensateur augmente avec l'introduction d'un diélectrique entre les armatures



$$C = \epsilon_r C_0$$

	vide	air	paraffine	verre	eau (H_2O)
ϵ_r	1	1.0006	2	5	80

Energie contenue dans un condensateur chargé

$$dA = \frac{q}{C}\, dq$$

$$A = \int dA = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Une représentation graphique... va ... aider !

$$A = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$A = \frac{1}{2} C U^2$$

Densité d'énergie du champ électrique

$$A = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\left(\epsilon_0 \frac{S}{d}\right)\left(E^2 d^2\right) = \left(\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2\right)(Sd)$$

Identifions les termes...

$$w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

et les unités de w_E c'est des J/m^3 !

Exemple de calcul avec / sans intégrale

Déterminer l'énergie contenue dans un condensateur sphérique (rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_1$)) portant une charge Q en utilisant la notion de densité d'énergie du champ électrique.

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

La densité d'énergie est ainsi :

$$w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0\frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{1}{r^4}$$

Considérons celle dont le rayon est r ($R_1 < r < R_2$) et l'épaisseur dr.

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

Exemple de calcul avec / sans intégrale

dW est l'énergie contenue dans la coquille !

$$dW = w_E(r)dV = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}dr$$

Il reste à intégrer...

$$W = \int dW = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r^2}dr = \frac{1}{2}Q^2\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$$

Il y avait plus facile...

$$W = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C}$$

de manière générale

Pour définir un courant, il suffit de dériver la charge:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$$

L'unité de courant électrique est l'ampère (A) : 1 A = 1 C/s
C'est toujours comme cela:

- débit massique: $\dot{m}$
- débit volumique: $\dot{V}$
- débit de charge (courant électrique): $\dot{Q}$
- ...mole, voiture,...

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00227: Le premier exercice qui ne marche pas !

Exemples

- $Na^{+}Cl^{-}$: les charges + et - se déplacent
- fil électrique: seulement les électrons se déplacent (et pas tous évidemment)

Le modèle

$$I = q \cdot n \cdot v \cdot S$$

$$j = q \cdot n \cdot v$$

$$I = j \cdot S$$

$U = R\,I$

$$U \rightarrow E \rightarrow F$$

- C'est la force qui fait bouger les charges.
- Frottement et résistance.
- Etat stationnaire.
- Supraconducteur R=0 !

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

La grandeur ρ, qui se mesure en Ωm, est la résistivité du matériau

Exemple

Comparer la résistance électrique de fils de fer, de cuivre et d'argent ayant chacun 10 km de longueur et 1 cm^2 de section

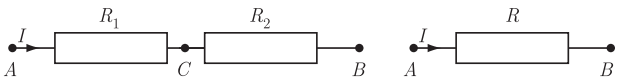
$$\rho_{Fe} = 9.7 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m} \quad \rho_{Cu} = 1.7 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m} \quad \rho_{Ag} = 1.6 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m}$$

$$\rho_{Fe} = 9.7 \cdot 10^{-8}\frac{10^4}{10^{-4}} = 9.7\Omega$$

$$\rho_{Cu} = 1.7 \cdot 10^{-8}\frac{10^4}{10^{-4}} = 1.7\Omega$$

$$\rho_{Ag} = 1.6 \cdot 10^{-8}\frac{10^4}{10^{-4}} = 1.6\Omega$$

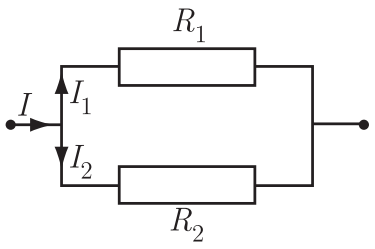
Résistance en série

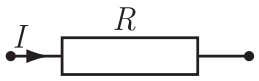


$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} = (R_1 + R_2)\, I \qquad U_{AB} = RI$$

$$R = R_1 + R_2$$

Résistances en parallèle





$$I = I_1 + I_2 = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad I = U\frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Exercice(s) en relation avec la matière traitée.

- #00228: Le deuxième exercice qui ne marche pas !
- #00229: L'exercice qui sent l'intégrale !

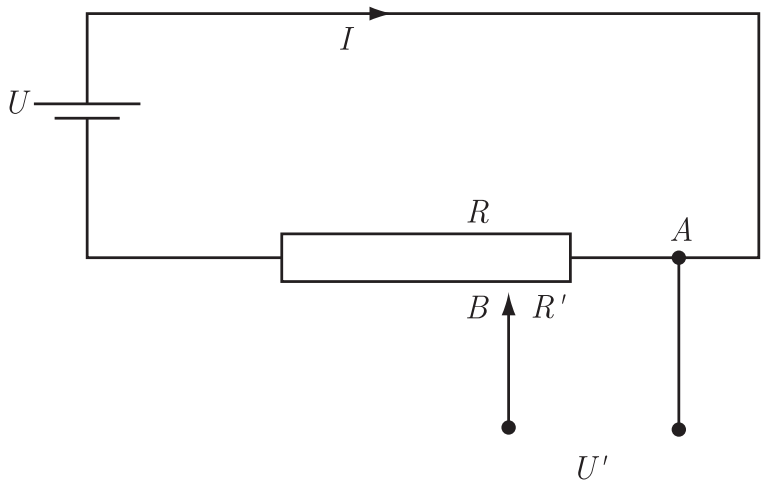
Loi de Kirchhoff

Cela c'est connu !

- La somme des courants qui arrivent à un noeud d'un circuit est égale à la somme des courants qui en partent.
- In einem Verzweigungspunkt ist die Summe der zufliessenden Ströme gleich der Summe der abfliessenden Ströme.

- Le long de toute maille orientée d'un circuit, la somme des tensions est nulle.
- Entlang jeder gerichteten Masche eines Netzwerkes ist die Summe der Spannungen gleich Null.

Le potentiomètre



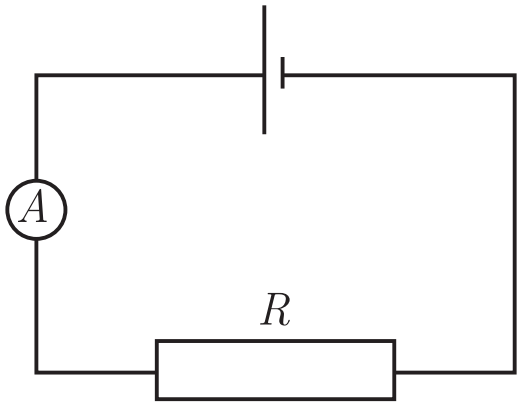
$$\frac{U'}{U} = \frac{R'}{R}U' = \frac{R'}{R}U$$

$$U' = \frac{R'}{R}U$$

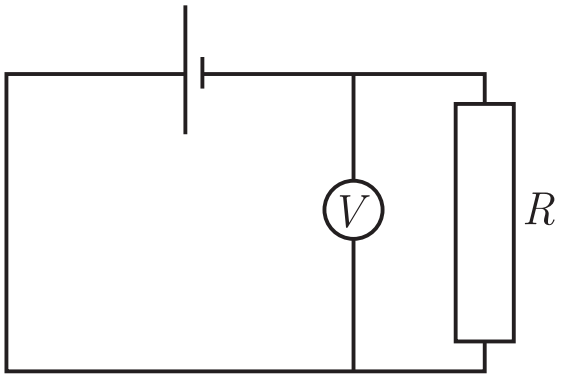
Application pratique: mesure d'un angle (de la position d'un axe).

L'ampèremètre et le voltmètre

Qui est en série ? qui est en parallèle et pourquoi ?
Qui a une grande résistance interne et pourquoi ?

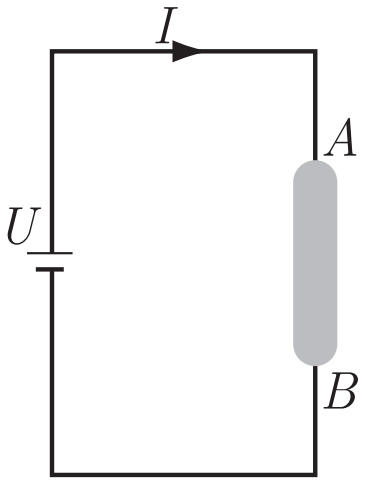


$R_A << R$



$R_v >> R$

$P = U \cdot I$



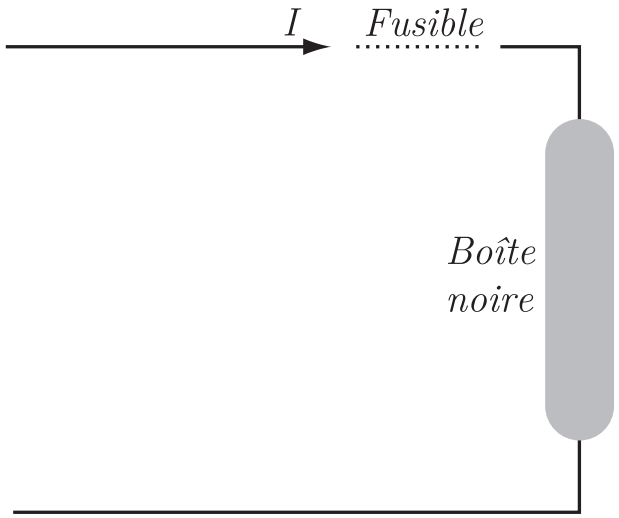
$$dW = U\ dq = U \cdot I\ dt$$

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I$$

L'effet Joule

$$P = R\ I^2$$

Application: le fusible



Application: une plaque électrique

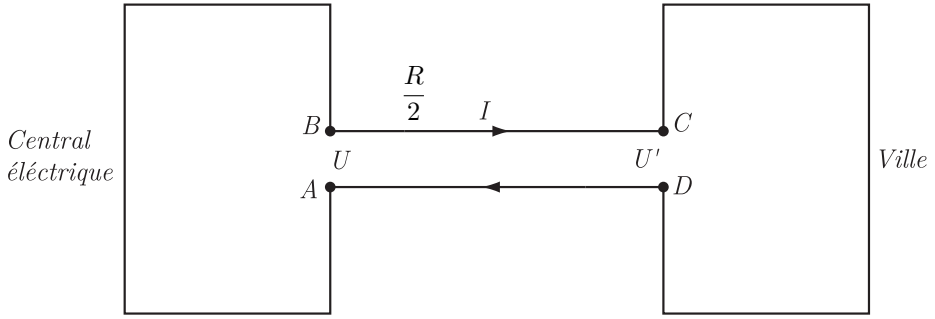
Le corps de chauffe d'une plaque électrique possède une résistance de 40Ω et est branché sous une tension de 200V. Déterminer le temps nécessaire à ce que cette plaque réchauffe 2 litres d'eau de 20°C à 80°C. On négligera toute perte.
Pour la puissance P de la plaque, on a :

$$P = UI = \frac{U^2}{R}$$

Avec l'utilisation de la chaleur massique de l'eau, c_{eau}, il vient :

$$Pt = c_{eau} m \Delta T \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{c_{eau} m \Delta T \ R}{U^2} \approx 500 \text{ s} = 8 \text{ min} \quad 20 \text{ s}$$

Pertes d'énergie dans une ligne de transmission



$$-U + \frac{R}{2} I + U' + \frac{R}{2} I = 0$$

$$U\,I = U'\,I + R\,I^2$$

Production = consommation + pertes

et les maths nous indiquent...

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{cons}} = \frac{U'I}{UI} = \frac{U'}{U' + RI} = \frac{1}{1 + \frac{RP'}{U'^2}}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{RP'}{U'^2}}$$

Etude de fonction...

Exemple étonnant...

Une centrale électrique fournit une puissance électrique de $5 \cdot 10^6$ W à une ville située à une distance de 10 km de la centrale. Chacun des fils de cuivre reliant la centrale à la ville possède une section de 1 cm^2. Déterminer le rendement de la ligne de transport lorsque :

- la tension d'arrivée en ville est de 65 kV.
- la tension d'arrivée en ville est de 220 V.

$$R = \rho \frac{L}{S} \approx 3.4\Omega$$

$L = 20$ km

- $\eta \approx 0.996$, les pertes sont de $4/1000$.
- $\eta \approx 3 \cdot 10^{-3} = 0.003$, les pertes sont de $997/1000$